

# 面向遥操作机器人逆运动学求解的 自适应阻尼零空间方法

王龙<sup>1</sup>, 韩松原<sup>1</sup>, 陈漳沂<sup>1</sup>, 罗瑶<sup>1</sup>, 李晓玲<sup>1</sup>, 李帅<sup>2</sup>, 李胜麒<sup>2</sup>

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安; 2. 国网瑞嘉(天津)智能机器人有限公司, 300480, 天津)

**摘要:** 针对传统阻尼最小二乘法在非奇异区域解精度不足及奇异区域关节运动不确定性的问题, 提出了一种基于自适应阻尼和零空间投影的遥操作机器人逆运动学求解方法。该方法通过动态加权可操作度与条件数, 实时监测奇异状态并自适应调整阻尼因子, 实现非奇异区域的高精度轨迹跟踪和奇异区域的运动稳定性; 同时, 通过零空间投影引入关节构型约束项, 抑制穿越奇异区域时关节运动的随机性。实验采用 gForcePro 肌电臂环作为遥操作设备, 控制新松多可 GCR7-910 协作机器人完成一系列任务。结果表明, 所提方法在非奇异区域的轨迹跟踪平均误差(平移误差为 9 mm, 旋转误差为  $8 \times 10^{-5}$  rad)低于各种阻尼因子(0.1, 0.3, 0.5)下的阻尼最小二乘法的误差, 且在所有任务中各关节最大速度平均值( $49 (^{\circ})/\text{s}$ )也低于阻尼最小二乘法的速度, 表明该方法在提升遥操作轨迹跟踪精度的同时确保了运动稳定性和关节可控性。

**关键词:** 遥操作机器人; 逆运动学; 自适应阻尼; 零空间投影

**中图分类号:** TP242 **文献标志码:** A

**DOI:** 10.7652/xjtuxb202511020 **文章编号:** 0253-987X(2025)11-0209-09

## An Adaptive Damping Null Space Method for Inverse Kinematics Solving in Solving Inverse Kinematics of Teleoperated Robots

WANG Long<sup>1</sup>, HAN Songyuan<sup>1</sup>, CHEN Zhangyi<sup>1</sup>, LUO Yao<sup>1</sup>,  
LI Xiaoling<sup>1</sup>, LI Shuai<sup>2</sup>, LI Shengqi<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. State Grid Ruijia (Tianjin) Intelligent Robot Co., Ltd., Tianjin 300480, China)

**Abstract:** To address the issues of insufficient solution accuracy in non-singular regions and joint motion uncertainty in singular regions with traditional damped least squares methods, this study proposes an inverse kinematics solving method for teleoperated robots based on adaptive damping and null-space projection. By dynamically weighting manipulability and condition number, the method monitors singular states in real time and adaptively adjusts the damping factor, achieving high-precision trajectory tracking in non-singular regions and motion stability in singular regions. Simultaneously, a joint configuration constraint term is introduced via null-space projection to suppress the randomness of joint motions when traversing singular regions. Experiments are conducted using the gForcePro myoelectric armband as the teleoperation device to control a SIASUN GCR7-910 collaborative robot in performing a series of tasks. The results demonstrate

收稿日期: 2025-03-10。 作者简介: 王龙(1997—), 男, 博士生; 李晓玲(通信作者), 女, 教授, 博士生导师。 基金项目: 陕西省重点研发计划资助项目(2023-YBGY-505)。

网络出版时间: 2025-07-14

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/61.1069.t.20250711.1653.007>

that the proposed method achieves lower average trajectory tracking errors (9 m in translation and  $8 \times 10^{-5}$  rad in rotation) in non-singular regions compared to the damped least squares method with various damping factors (0.1, 0.3, 0.5). Additionally, the average maximum joint velocity across all tasks (49 ( $^{\circ}$ )/s) is lower than that of the damped least squares method, indicating improved teleoperation trajectory tracking accuracy while ensuring motion stability and joint controllability.

**Keywords:** teleoperated robot; inverse kinematics; adaptive damping; null space projection

人工智能技术的发展促进了机器人在工业、农业和医疗等领域的广泛应用<sup>[1-3]</sup>。然而,在非结构化环境中,由于环境的复杂性和多变性,自主机器人仍面临任务失败的风险<sup>[4-5]</sup>。遥操作技术的应用使得操作员能够在机器人自主运行出现异常时迅速介入,调整其行为以实现既定目标,从而减轻任务中断所造成的负面影响<sup>[6-8]</sup>。肌电臂环因其便携性和易用性,成为实现快速遥操作的理想设备之一<sup>[9]</sup>。通过佩戴肌电臂环,操作员可利用内置传感器识别的手势作为控制指令,实现对远程机器人的快速接管<sup>[10-11]</sup>。

尽管遥操作技术的引入提升了任务执行的灵活性,但在实际应用中仍存在挑战。在遥操作过程中,操作员的注意力聚焦于末端执行器的位姿及任务目标,易忽略关节状态<sup>[12-13]</sup>。这一疏忽可能导致机器人违反安全约束,例如进入奇异区域、超出工作空间或逼近关节角度极限<sup>[14]</sup>。一旦出现此类情况,机器人可能表现出不可控的动态行为,如关节速度急剧上升、强烈振动或突发逆向运动等。这些异常不仅危及操作员的安全,还可能因过大的机械应力损伤机器人结构<sup>[15]</sup>。从运动学角度分析,问题的根源在于,当输入的遥操作指令违反安全约束时,逆运动学解的不稳定性显著增加,进而引发关节角突变或速度趋于无穷大。因此,确保逆运动学解的稳定性是实现遥操作机器人安全高效运行的关键<sup>[12,16]</sup>。

遥操作机器人逆运动学求解方法主要分为解析法、优化法和数值法。解析法基于机械臂的几何关系直接推导关节角的闭式解,具有较高的计算效率,但其适用性受限于机械臂的特定构型,难以推广至通用场景<sup>[17-19]</sup>。优化法通过构建目标函数并结合约束条件求解逆运动学问题,能够灵活处理多重任务需求,但在计算复杂度较高、对初始条件敏感的情况下,可能出现收敛性差或解不稳定的问题<sup>[12,14,20]</sup>。数值法因其普适性成为当前的主流方法,其中阻尼最小二乘法(DLS)<sup>[21-22]</sup>和加权阻尼最小二乘法

(WDLS)<sup>[23]</sup>通过引入阻尼因子作为正则化参数,有效缓解了雅可比矩阵在奇异区域的不可逆问题,保证了机器人运动的连续性和稳定性。

然而,在基于阻尼法的逆运动学求解中,阻尼因子的选择需在解的精度与稳定性之间权衡。传统固定阻尼因子方法存在局限:过大的阻尼因子导致解的精度变差,而过小的阻尼因子难以充分抑制奇异性问题<sup>[24]</sup>。为此,研究采用动态调整阻尼因子的策略:当奇异性指标低于设定阈值时,逐步增加阻尼因子以稳定数值解;当奇异性指标高于阈值时,逐渐减小阻尼因子直至恢复标准伪逆解<sup>[25-26]</sup>。这种策略使机器人在接近奇异区域时能够保持运动稳定性,同时在远离奇异区域时保持运动精度。常用的奇异性度量指标包括条件数、可操作度和最小奇异值等<sup>[27-28]</sup>。然而,单一奇异性指标仅能反映操作空间的部分特性,无法全面描述机器人在任务空间中的运动能力,限制了阻尼因子调整的精确度<sup>[29]</sup>。此外,逆运动学问题本身可能具有多个解,即同一末端位姿可能对应多组不同的关节配置。在奇异区域,由于雅可比矩阵的秩下降,求解过程变得不稳定或不可行,从而进一步加剧了关节运动的不确定性。

为解决上述问题,本文提出了一种基于自适应阻尼零空间法的逆运动学求解方法。该方法通过动态加权组合可操作度指数与条件数,实时监测奇异状态并自动调节阻尼因子,同时通过零空间投影引入关节构型约束项。实验证明本文方法在遥操作机器人逆运动学求解中优于普通阻尼法。

## 1 自适应阻尼零空间方法

### 1.1 遥操作机器人逆运动学

在遥操作系统中,操作员在主端输入期望的末端位姿  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ ,通过逆运动学实时计算从端机器人各关节角  $\boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^m$ ,使末端达到指定位姿。雅可比矩阵  $\mathbf{J} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  ( $m \geq n$ ) 定义了末端速度  $\dot{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^n$  与关节速度  $\dot{\boldsymbol{\theta}} \in \mathbb{R}^m$  之间的映射关系

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}} \quad (1)$$

为求解关节速度,通过最小二乘法最小化误差目标函数

$$\min_{\dot{\boldsymbol{\theta}}} \|\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}\|^2 \quad (2)$$

其解为

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{x}} \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{J}^+ = \mathbf{J}^T(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)^{-1}$ , 为  $\mathbf{J}$  的 Moore-Penrose 伪逆。当  $m = n$  时且  $\mathbf{J}$  可逆时,  $\mathbf{J}^+$  退化为普通逆矩阵  $\mathbf{J}^{-1}$ 。当机器人处于奇异区域时,  $\mathbf{J}$  的秩下降, 导致  $\mathbf{J}^+$  数值不稳定。为此, 引入阻尼最小二乘法(DLS), 通过阻尼因子  $\lambda$  提升奇异区域解的稳定性, 目标函数调整为

$$\min_{\dot{\boldsymbol{\theta}}} \|\dot{\mathbf{x}} - \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\theta}}\|^2 + \lambda^2 \|\dot{\boldsymbol{\theta}}\|^2 \quad (4)$$

其矩阵形式为

$$\min_{\dot{\boldsymbol{\theta}}} \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\theta}} - \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\|^2 \quad (5)$$

解为

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}_{\lambda}^+ \dot{\mathbf{x}} \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{J}_{\lambda}^+$  为阻尼伪逆, 表示为

$$\mathbf{J}_{\lambda}^+ = (\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}^T \quad (7)$$

尽管 DLS 有效提升了奇异区域解的数值稳定性, 但未对关节构型施加约束。奇异区域  $\mathbf{J}$  的秩下降, 同一末端位姿具有多种可达的关节姿态, 进而导致关节运动的不确定性。为解决这一问题, 本文通过零空间投影引入关节构型约束项  $g(\theta)$ , 此时关节速度更新为

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}_{\lambda}^+ \dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}_{\lambda}^+ \mathbf{J}) \dot{\mathbf{r}}_0 \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{I} - \mathbf{J}_{\lambda}^+ \mathbf{J}$  为零空间投影矩阵, 将任意向量投影到  $\mathbf{J}$  的零空间中;  $\dot{\mathbf{r}}_0$  为沿  $g(\theta)$  负梯度方向  $(-\nabla g(\theta))$  的速度分量, 用于约束关节构型。对于 6 自由度机器人, 非奇异时  $\mathbf{J}$  的秩为 6, 行空间完全覆盖末端运动空间, 无零空间; 奇异时  $\mathbf{J}$  的秩下降, 产生零空间。7 自由度机器人因冗余自由度, 即使非奇异时仍存在一维零空间, 奇异时零空间维度进一步增加。

总体而言, 式(8)通过阻尼因子  $\lambda$  保证奇异区域解的稳定性, 利用零空间投影引入的关节构型约束项  $g(\theta)$  使机器人能够以可预测的方式穿越奇异点。

## 1.2 阻尼因子自适应调整

为保证逆运动学解的精度, 阻尼因子应仅在机器人接近奇异区域时引入。因此, 准确检测奇异状态成为关键。雅可比矩阵的奇异值分布决定了可操

作椭球的形状与方向, 反映了末端执行器在操作空间中的运动能力。基于可操作椭球的几何特性, 常用的奇异性检测指标包括可操作度指数和条件数。

可操作度指数定义为

$$\omega = \sqrt{\det(\mathbf{J}\mathbf{J}^T)} \quad (9)$$

该指标与可操作椭球体积成正比, 表征机器人在操作空间的整体运动能力。  $\omega$  越大, 表明运动能力越强。  $\omega$  对雅可比矩阵奇异值的整体变化敏感, 但对接近 0 的单个奇异值缺乏敏感性。如图 1(a) 所示, 与位姿 2 相比, 位姿 1 处可操作椭球的长轴远大于短轴, 短轴方向运动受限, 但椭球体积仍较大, 导致  $\omega$  无法识别该位姿已接近奇异状态。

条件数定义为

$$k = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} \quad (10)$$

式中:  $\sigma_{\max}$  和  $\sigma_{\min}$  分别为雅可比矩阵的最大和最小奇异值。条件数反映可操作椭球长短轴的相对差异,  $k$  越小, 椭球越接近球形, 运动能力越均衡。当  $\sigma_{\min}$  趋近于 0 时,  $k$  趋于无穷大, 表明机器人接近奇异状态。条件数能有效检测奇异值差异显著的情况(如椭球高度不对称), 从而识别出奇异性状态。然而,  $k$  仅关注长短轴比例, 忽略整体尺度变化。如图 1(b) 所示, 与位姿 4 相比, 位姿 3 处可操作椭球体积缩小, 但长短轴比值无显著变化, 导致  $k$  无法识别该位姿已接近奇异状态。

图 1 表明, 单独使用可操作度指数或条件数难以全面评估机器人的奇异状态, 但二者具有互补性, 能够结合使用以提高检测的准确性。为此, 本研究提出一种基于动态加权组合的奇异性指标

$$I = \alpha\omega + (1 - \alpha) \frac{1}{k} \quad (11)$$

式中:  $\alpha = e^{\sigma_{\min} - \sigma_{\max}}$  为加权系数, 用于动态调整可操作度指数和条件数的权重。当  $\sigma_{\min}$  接近  $\sigma_{\max}$  时,  $\alpha$  趋近于 1, 组合奇异指标主要由  $\omega$  主导; 当  $\sigma_{\min}$  远小于  $\sigma_{\max}$  时,  $\alpha$  趋近于 0, 组合奇异指标主要由  $1/k$  主导。

基于所提出的组合奇异性指标, 仅在接近奇异区域时引入阻尼因子

$$\lambda = \begin{cases} \frac{c}{I + \epsilon}, & I \leq \tau \\ 0, & I > \tau \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $c$  为常数, 用于调节阻尼大小;  $\epsilon$  为小常数, 防止分母为 0;  $\tau$  为接近奇异性区域的边界值。  $c$  和  $\tau$  需要根据不同的机器人构型通过实验进行确定。

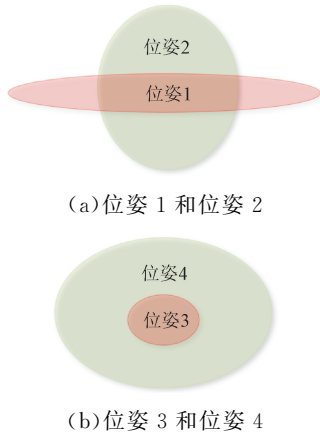


图 1 不同位姿下的可操作椭球面

Fig. 1 Manipulable ellipsoids for different poses

### 1.3 关节构型约束

式(8)引入的关节构型约束函数  $g(\theta)$ , 通过最小化当前关节位置与期望关节位置之间的误差, 确保奇异区域关节运动的可控性。本研究以机械臂进入奇异区域前的关节姿态作为期望关节位置, 使机器人在奇异区域关节构型收敛至该位置。期望关节位置定义为

$$\theta_{\text{desire}} = \theta_{\text{current}}, \quad I > \tau \quad (13)$$

式中:  $\theta_{\text{current}}$  表示机器人接近奇异区域时的关节位置;  $I > \tau$  表示在机器人进入奇异区域前持续更新  $\theta_{\text{desire}}$ 。

关节构型约束函数  $g(\theta)$  定义为

$$g(\theta) = \sum_{i=1}^m \left( \frac{\theta_i - \theta_{i,\text{desire}}}{\theta_{i,\text{min}} - \theta_{i,\text{max}}} \right)^2 \quad (14)$$

式中:  $\theta_i$  是第  $i$  个关节的当前角;  $\theta_{i,\text{desire}}$  是第  $i$  个关节的期望角;  $m$  为关节数;  $\theta_{i,\text{max}}$  和  $\theta_{i,\text{min}}$  分别是第  $i$  个关节角的上限和下限。

$g(\theta)$  的负梯度为  $\dot{r}_0 = -h \nabla g(\theta)$ , 表示为

$$\dot{r}_0 = h \left[ -\frac{2(\theta_1 - \theta_{1,\text{desire}})}{(\theta_{1,\text{min}} - \theta_{1,\text{max}})^2}, -\frac{2(\theta_2 - \theta_{2,\text{desire}})}{(\theta_{2,\text{min}} - \theta_{2,\text{max}})^2}, \dots, -\frac{2(\theta_m - \theta_{m,\text{desire}})}{(\theta_{m,\text{min}} - \theta_{m,\text{max}})^2} \right] \quad (15)$$

比例因子  $h$  用于控制调整幅度, 定义为

$$h = h_{\text{min}} + (h_{\text{max}} - h_{\text{min}}) \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \delta_i \right) \quad (16)$$

式中:  $h_{\text{max}}$  和  $h_{\text{min}}$  分别为比例因子的最大值和最小值;  $\delta_i$  表示关节  $i$  的当前位置与期望位置的接近度, 表示为

$$\delta_i = \frac{|\theta_i - \theta_{i,\text{desire}}|}{(\theta_{i,\text{min}} - \theta_{i,\text{max}})/2} \quad (17)$$

如式(8)所示, 通过零空间投影矩阵  $(I - J^+ J)$  将该约束项  $\dot{r}_0$  融入到阻尼最小二乘法中。

## 2 遥操作实验设计

### 2.1 实验设置

本研究采用 gForcePro 肌电臂环作为遥操作交互设备, 利用其内置的肌电传感器和惯性传感器识别操作员的手势与手臂运动, 并将其映射至机器人末端的笛卡尔空间。实验平台采用新松多可 GCR7-910 的 6 自由度协作机器人。运动控制指令及其对应的机器人运动方向如图 2 所示, 其中末端平移运动相对于基坐标系定义, 包括前后、左右和上下平移; 末端旋转运动相对于工具坐标系定义, 包括偏航、俯仰和滚转。为评估本文方法的性能, 本研究以最常用的阻尼最小二乘法(DLS, 见式(4))作为对比方法。

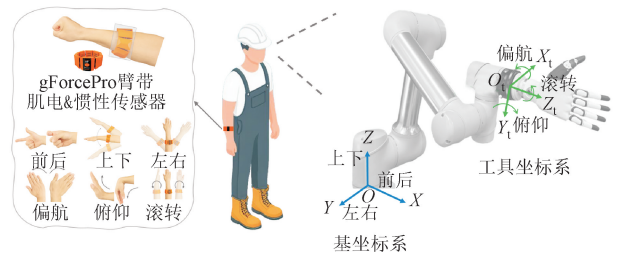


图 2 遥操作控制指令及对应的机器人运动方向

Fig. 2 Teleoperation control commands and the corresponding robot motion direction

本文方法在机器人处于非奇异区域 ( $I > \tau$ ) 时, 采用式(3)进行逆运动学求解, 以保证求解精度; 在机器人接近或处于奇异区域 ( $I \leq \tau$ ) 时, 采用式(8)进行逆运动学求解, 在保证求解稳定性的同时引导关节向期望位置靠拢。参数设置为  $c = 0.005$ ,  $\tau = 0.05$ ,  $\epsilon = 10^{-6}$ ,  $h_{\text{min}} = 5$  和  $h_{\text{max}} = 20$ 。其中,  $c = 0.005$  经实验选定为阻尼因子调节最佳值, 能根据奇异指标  $I$  快速调整  $\lambda$ , 确保奇异区域稳定性;  $\tau = 0.05$  根据奇异指标  $I$  的分布范围设定, 作为区分奇异与非奇异区域的阈值;  $\epsilon = 10^{-6}$  为数值计算中防分母为 0 的常规值;  $h_{\text{min}} = 5$  和  $h_{\text{max}} = 20$  通过多次实验调整确定, 确保零空间约束兼顾关节稳定性和响应速度。这些参数的选取基于新松多可 GCR7-910 机器人的运动特性, 对于不同机器人构型, 可进行优化调整。

对比方法 DLS 的阻尼因子设定为  $\lambda = 0.1$ 、 $\lambda = 0.3$ 、 $\lambda = 0.5$ , 分别代表小、中、大阻尼因子, 实验结果见图 3 和图 4。



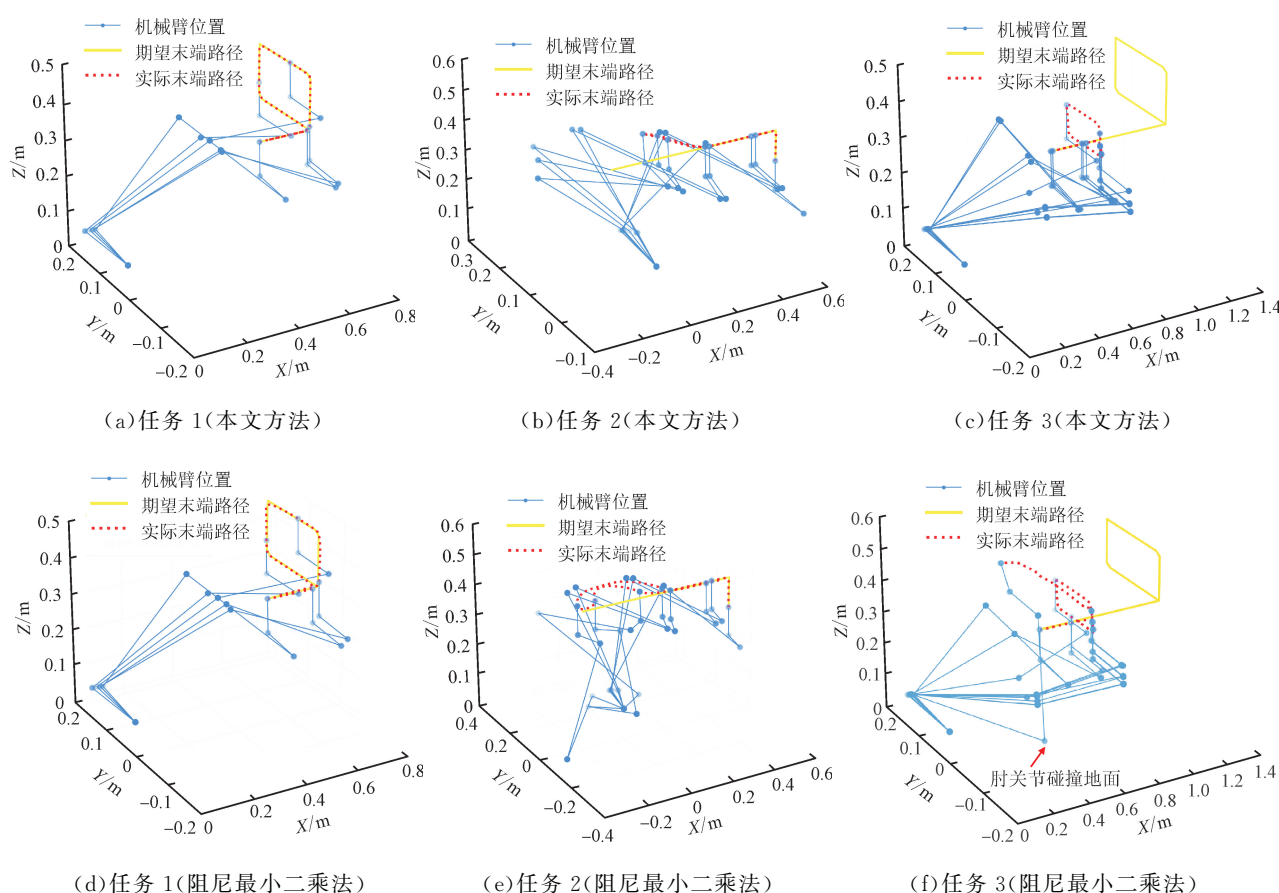


图 3 任务执行过程中机械臂关节三维位置稀疏化轨迹

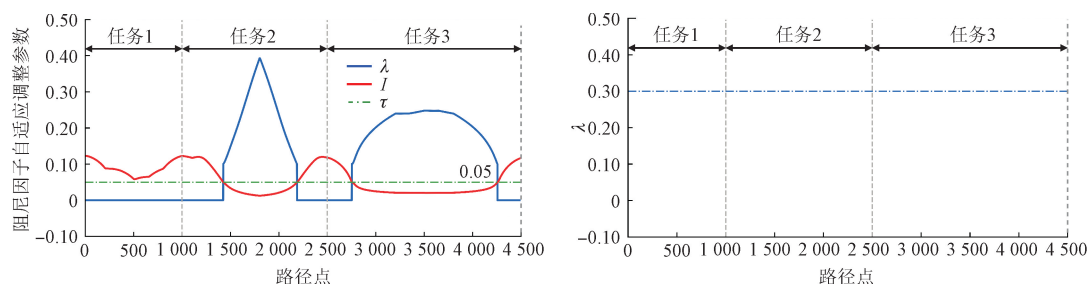
Fig. 3 Three-dimensional sparse trajectory of the robotic arm during task execution

## 2.2 实验任务及流程

本研究设计的实验任务有 3 个。任务 1: 机器人在工作空间内部往返运动且远离奇异区域, 用于评估本文方法在非奇异区域的轨迹跟踪精度。任务 2: 机器人在奇异区域与非奇异区域间往返运动, 旨在评估本文方法在接近和远离奇异区域时的运动稳定性。任务 3: 机器人在工作空间内部与外部间往返运动, 旨在评估本文方法在工作空间内外边界时的运动稳定性。本文方法与阻尼最小二乘法性能对

比如图 4 所示。

实验流程如下: 首先, 采用本文方法作为逆运动学求解器, 操作员根据屏幕提示的任务轨迹, 控制机器人依次完成 3 个任务。由于遥操作控制方式难以精确重复轨迹, 因此在首次实验中记录了操作员完成每个任务的实际控制指令。随后, 以 DLS 为求解器, 通过直接重放记录的控制指令依次完成 3 个任务, 而不依赖操作员的实时输入, 从而确保在相同的输入条件下比较本文方法与 DLS 的性能。



(a) 奇异性指标和阻尼因子(本文方法)

(b) 固定阻尼因子(阻尼最小二乘法)

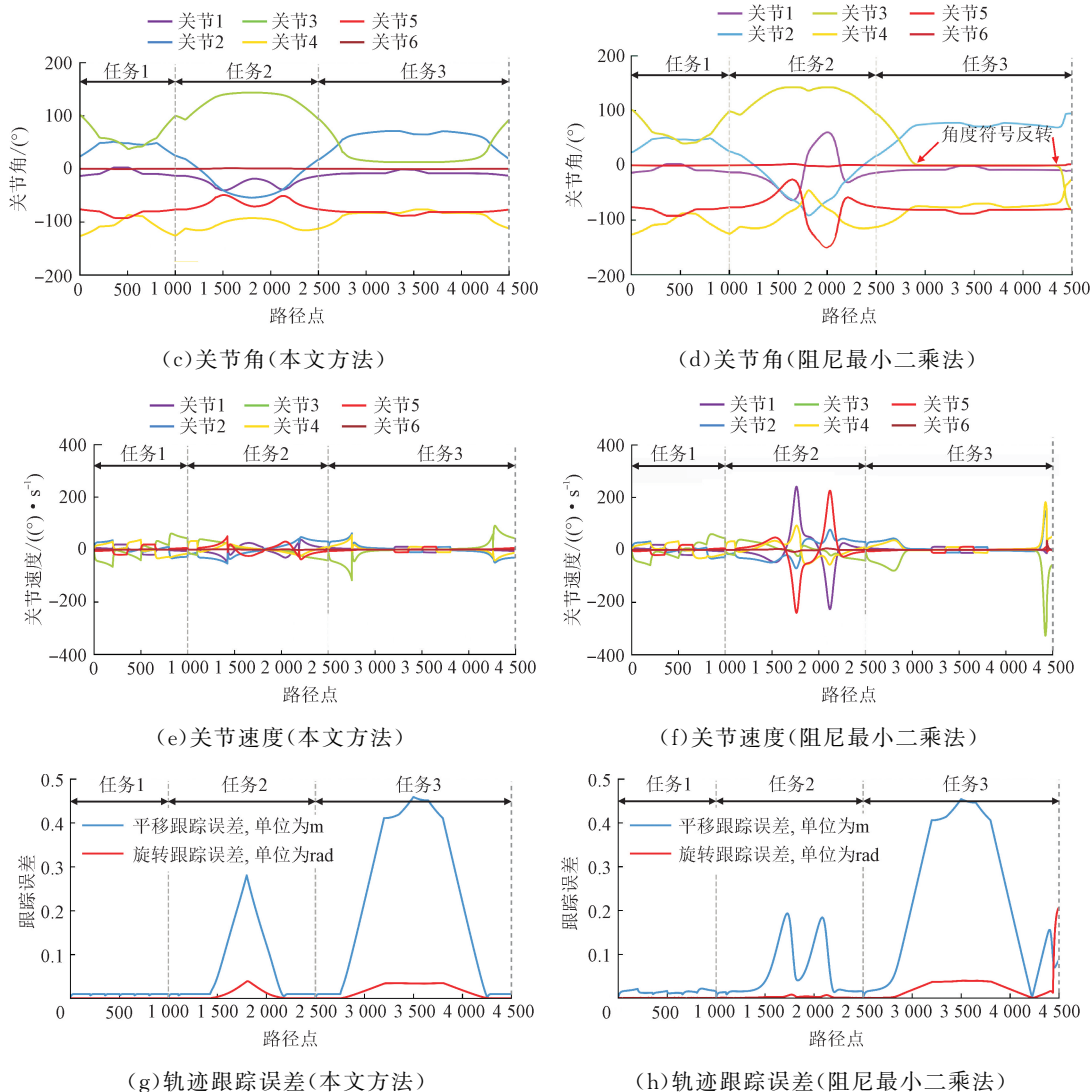


图 4 本文方法与阻尼最小二乘法性能对比

Fig. 4 Performance comparison between the proposed method and the damped least squares method

### 3 结果及讨论

图 3 展示了本文方法与阻尼最小二乘法(DLS, 中阻尼因子  $\lambda=0.3$ )在任务执行过程中机械臂末端在基坐标系下的三维轨迹。图 4 进一步呈现了两者在阻尼因子、关节角、关节速度以及笛卡尔空间平移和旋转误差上的表现。

任务 1 要求操作员控制机器人在远离奇异区域的空间内运动。本文方法在非奇异状态( $I > \tau$ , 图 4(a))下采用普通伪逆法(见式(3)),实现了高精度末端轨迹跟踪(见图 3(a)),平移和旋转误差极小(见图 4(g)),关节角度与速度变化平缓(见图 4(c)、4(e)),无异常波动。这一表现得益于奇异性指标  $I$  的实时监测,避免在非奇异区域引入阻尼因子,从而充分利用雅可比矩阵满秩特性,确保控制指令的精

确映射。相比之下,DLS 虽然也能较好跟踪轨迹(图 3(d)),但因固定阻尼因子( $\lambda=0.3$ )始终存在,即使在非奇异区域也引入了跟踪误差(见图 4(h))。

任务 2 要求操作员控制机器人在奇异区域和非奇异区域间往返运动。本文方法的轨迹在靠近奇异区域时表现出可控的缓慢移动,离开时沿原路径平稳返回(见图 3(b)),对应的关节角变化对称且平滑(见图 4(c)),关节速度无突变(见图 4(e))。轨迹误差在靠近奇异区域时增大,远离时减小,也呈现对称特性(见图 4(g))。这是因为,奇异性指标  $I$  检测到奇异性增强( $I \leq \tau$ , 见图 4(a))时,阻尼因子  $\lambda$  自适应增大,抑制雅可比矩阵奇异性引发的数值不稳定性,同时零空间约束项开始作用,引导关节趋向期望位置,避免运动随机性,确保往返过程中关节运动轨迹一致。相比之下,DLS 在靠近和远离奇异区域时轨

迹不一致(见图 3(e)),关节 1 和 5 在奇异区域变化剧烈(见图 4(d)),关节速度产生尖峰(见图 4(f))。这是由于 DLS 仅依赖固定阻尼因子优化,缺乏关节构型约束,导致奇异点附近的多解难以解析。

任务 3 要求操作员控制机器人从工作空间内向外运动并返回。本文方法的实际轨迹为期望轨迹的等比例缩小(见图 3(c)),运动趋势一致,关节角变化对称(见图 4(c)),速度平缓(见图 4(e))。当机器人接近关节极限和工作空间边界时,奇异性指标  $I$  下降,触发阻尼因子  $\lambda$  增大(见图 4(a)),零空间项通过动态比例因子  $h$  平衡约束强度,使关节逐步收敛于期望位置。相比之下,DLS 在往返运动过程中轨迹不一致(见图 3(f)),特别是关节 3 在往返过程中角度符号发生反转(见图 4(d)红色箭头),对应的机械臂关节从上肘姿态变换为下肘姿态,并伴随速度激增(见图 4(f)),肘关节碰撞地面(见图 3(f)红色箭头),随后速度骤降至 0,机械臂停止运动,无法返回起点。

表 1 展示了阻尼最小二乘法( $\lambda=0.1, 0.3, 0.5$ )与本文方法在任务执行过程中各个关节最大速度的平均值以及在非奇异区域的轨迹跟踪平均精度。本文方法平移误差为 9 mm,旋转误差为  $8 \times 10^{-5}$  rad,优于 DLS 在所有  $\lambda$  下的表现,且关节最大速度仅  $49 (^{\circ})/\text{s}$ 。DLS 在  $\lambda=0.1$  时精度较高(平移误差为 11 mm,旋转误差为  $1 \times 10^{-4}$  rad),但速度高达  $327 (^{\circ})/\text{s}$ ;  $\lambda=0.3$  时误差增至 15 mm 和  $3 \times 10^{-4}$  rad,速度降至  $148 (^{\circ})/\text{s}$ ;  $\lambda=0.5$  时误差升至 39 mm 和  $2 \times 10^{-2}$  rad,速度减至  $37 (^{\circ})/\text{s}$ ,表现出误差随  $\lambda$  增大而增大、速度随之减小的趋势。

表 1 不同阻尼因子下 DLS 与本文方法的性能对比

Table 1 Performance comparison of DLS and the proposed method under different  $\lambda$  values

| 参数                                         | 本文方法               | 阻尼最小二乘法            |                    |                    |
|--------------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
|                                            |                    | $\lambda=0.1$      | $\lambda=0.3$      | $\lambda=0.5$      |
| 平移误差/mm                                    | 9                  | 11                 | 15                 | 39                 |
| 旋转误差/rad                                   | $8 \times 10^{-5}$ | $1 \times 10^{-4}$ | $3 \times 10^{-4}$ | $2 \times 10^{-2}$ |
| 关节最大速度/ $((^{\circ}) \cdot \text{s}^{-1})$ | 49                 | 327                | 148                | 37                 |

上述结果表明,DLS 的性能受  $\lambda$  制约:小  $\lambda$  在非奇异区域精度较高,但无法有效抑制奇异区域或边界条件下的关节速度突变;大  $\lambda$  增强了稳定性,却因过度阻尼导致误差显著增加。相比之下,本文方法通过自适应阻尼因子(在非奇异区域  $\lambda$  趋近于 0,奇

异区域动态调整,见图 4(a))和零空间投影约束,不仅在非奇异区域实现了更高精度,还在全任务范围内保持了较低的关节速度(见图 4(e))。这种自适应性使得本文方法在精度与稳定性之间达到了更好的权衡,尤其适用于遥操作场景中对安全性和可控性的高要求。

## 4 结 论

本文提出了一种基于自适应阻尼和零空间投影的遥操作机器人逆运动学求解方法,通过动态调整阻尼因子并引入零空间约束,有效解决了传统阻尼法在奇异点附近及关节极限区域内性能不稳定和关节运动失控的问题,提升了遥操作的安全性与可靠性。然而,本研究也存在一定的局限性。本文方法的关键参数通过针对 6 自由度新松机器人的实验调优确定,表现出良好的性能,但这种手动调优方式在面对不同机器人构型时通用性受限。为克服这一局限性,未来研究可引入自适应算法实现参数的动态调整。例如,可以设计一种基于实时反馈的闭环系统,通过监测奇异性指标和任务误差,动态优化参数以适应当前状态;或者利用强化学习技术,根据机器人运动状态和任务目标训练模型,预测不同场景下的最优参数组合。这些策略将使本文方法能够灵活适配多样化的机器人平台和应用场景,显著提升方法的普适性。

此外,对于具有冗余自由度的机器人,无论处于奇异区域与否,其关节空间始终包含冗余维度(如 7 自由度机器人的单维零空间),为集成其他优化目标提供了可能性。在优先保障奇异区域运动可控性的关键目标下,冗余零空间可被用于实现避障、提升操作灵活性等多目标优化。

未来研究将探索优先级分配或加权组合的约束策略,以在维持奇异区域运动稳定性的同时,协同优化次要任务,从而增强遥操作机器人在复杂环境中的适应性。

## 参考文献:

- [1] NI Jianjun, CHEN Yan, TANG Guangyi, et al. Deep learning-based scene understanding for autonomous robots: a survey [J]. Intelligence & Robotics, 2023, 3 (3): 374-401.
- [2] LIU Boni. Recent advancements in autonomous robots and their technical analysis [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021, 2021(1): 6634773.
- [3] 陈明猷, 罗陆锋, 刘威, 等. 采摘机器人全果园视觉

- 感知及自主作业综述 [J]. 智慧农业, 2024, 6(5): 20-39.
- CHEN Mingyou, LUO Lufeng, LIU Wei, et al. Orchard-wide visual perception and autonomous operation of fruit picking robots: a review [J]. Smart Agriculture, 2024, 6(5): 20-39.
- [4] JIN Tantan, HAN Xiongze. Robotic arms in precision agriculture: a comprehensive review of the technologies, applications, challenges, and future prospects [J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2024, 221: 108938.
- [5] KALEEM A, HUSSAIN S, AQIB M, et al. Development challenges of fruit-harvesting robotic arms: a critical review [J]. AgriEngineering, 2023, 5(4): 2216-2237.
- [6] SELVAGGIO M, COGNETTI M, NIKOLAIDIS S, et al. Autonomy in physical human-robot interaction: a brief survey [J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2021, 6(4): 7989-7996.
- [7] LI Gaofeng, LI Qiang, YANG Chenguang, et al. The classification and new trends of shared control strategies in telerobotic systems: a survey [J]. IEEE Transactions on Haptics, 2023, 16(2): 118-133.
- [8] 季子凌. 考虑不确定性下自主遥操作机器人透明度对信任的影响研究 [D]. 杭州: 杭州电子科技大学, 2024.
- [9] 王宏民, 梁靖斌, 李江源, 等. 基于双 MYO 臂环的机械手臂随动系统设计与研究 [J]. 工程机械, 2022, 53(5): 49-56.
- WANG Hongmin, LIANG Jingbin, LI Jiangyuan, et al. Design and research of robotic arm follow-up system based on double MYO armbands [J]. Construction Machinery and Equipment, 2022, 53(5): 49-56.
- [10] 关智鑫. 基于 sEMG 的机械臂变刚度交互控制技术研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2022.
- [11] CRUZ P J, VÁSQUEZ J P, ROMERO R, et al. A deep Q-network based hand gesture recognition system for control of robotic platforms [J]. Scientific Reports, 2023, 13(1): 7956.
- [12] RAKITA D, MUTLU B, GLEICHER M. A motion retargeting method for effective mimicry-based teleoperation of robot arms [C]//2017 12th ACM/IEEE International Conference on Human-Robot Interaction (HRDI). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2017: 361-370.
- [13] 陈英龙, 宋甫俊, 张军豪, 等. 基于临场感的遥操作机器人共享控制研究综述 [J]. 浙江大学学报(工学版), 2021, 55(5): 831-842.
- CHEN Yinglong, SONG Fujun, ZHANG Junhao, et al. Telerobotic shared control strategy based on telepresence; a review [J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2021, 55(5): 831-842.
- [14] LEE D, KO D, CHUNG W K, et al. Maximal manipulation framework using quadratic programming for a teleoperated robotic system with articulated bodies [C]//2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2022: 9339-9345.
- [15] LEE D, KO D, CHUNG W K, et al. Quadratic programming-based task scaling for safe and passive robot arm teleoperation [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2022, 27(4): 1937-1945.
- [16] TAN Ning, YU Peng, ZHANG Mao, et al. Toward unified adaptive teleoperation based on damping ZNN for robot manipulators with unknown kinematics [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2023, 70(9): 9227-9236.
- [17] 王裕基, 孙富春, 刘华平, 等. 基于 6-DOF 解耦操作臂的空间遥操作控制及运动学分析 [J]. 信息与控制, 2012, 41(1): 38-43.
- WANG Yuji, SUN Fuchun, LIU Huaping, et al. Control scheme and kinematics analysis for space teleoperation based on 6-DOF decoupled manipulator [J]. Information and Control, 2012, 41(1): 38-43.
- [18] 赵京, 王鑫, 张自强, 等. 基于肘部自运动的主从异构 7 自由度机械臂运动映射及其几何逆解 [J]. 机械工程学报, 2020, 56(15): 181-190.
- ZHAO Jing, WANG Xin, ZHANG Ziqiang, et al. Master-slave 7-DOF manipulator motion mapping based on elbow self-motion and its analytical geometric inverse kinematics [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(15): 181-190.
- [19] LI Shengjie, WANG Jin, ZHANG Haiyun, et al. A real-time explicit mapping and teleoperation control method for humanoid robots with posture constraints [J]. Mechatronics, 2023, 90: 102937.
- [20] ORTENZI V, MARTURI N, RAJASEKARAN V, et al. Singularity-robust inverse kinematics solver for telemanipulation [C]//2019 IEEE 15th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2019: 1821-1828.
- [21] SHUKLA A, KARKI H, BEHERA L, et al. Teleoperation by using nonisomorphic mechanisms in the master-slave configuration for speed control [J]. IEEE Systems Journal, 2018, 12(2): 1369-1380.
- [22] CORNEJO J, DENEGRI E, VASQUEZ K, et al. Real-time joystick teleoperation of the Sawyer robot using



- a numerical approach [C]//2018 IEEE ANDESCON. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2018: 1-3.
- [23] SCHINSTOCK D E. Approximate solutions to unreachable commands in teleoperation of a robot [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 1998, 14(3): 219-227.
- [24] LI Xin, ZHANG Xiaoqing, LI Hai, et al. Singularity processing algorithm for inverse kinematics of 6-DOF series robot [C]//2020 IEEE 9th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2020: 696-701.
- [25] 董伯麟, 彭航. 工业机器人逆运动学的奇异回避算法 [J]. *机械设计与研究*, 2016, 32(2): 35-40.
- DONG Bolin, PENG Hang. Avoid of singularity configuration for inverse kinematic of industrial robot [J]. *Machine Design And Research*, 2016, 32(2): 35-40.
- [26] CHO G R, LEE M J, KIM M G, et al. Inverse kinematics for autonomous underwater manipulations using weighted damped least squares [C]//2017 14th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI). Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2017: 765-770.
- [27] 谢碧云, 赵京. 机器人运动灵活性问题研究概述 [J]. *机械科学与技术*, 2011, 30(8): 1386-1393.
- XIE Biyun, ZHAO Jing. Advances in robotic kinematic dexterity and indices [J]. *Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering*, 2011, 30(8): 1386-1393.
- [28] 赵京, 李立明, 尚红, 等. 基于主成分分析法的机械臂运动灵活性性能综合评价 [J]. *机械工程学报*, 2014, 50(13): 9-15.
- ZHAO Jing, LI Liming, SHANG Hong, et al. Comprehensive evaluation of robotic kinematic dexterity performance based on principal component analysis [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2014, 50(13): 9-15.
- [29] MARIĆ F, PETROVIĆ L, GUBERINA M, et al. A Riemannian metric for geometry-aware singularity avoidance by articulated robots [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2021, 145: 103865.

(编辑 杜秀杰)